Indirekta bevis

Grundläggande logik:

$$\boxed{\begin{array}{ccc} A & \Longrightarrow & B \\ & \Updownarrow & \\ \neg A & \Longleftarrow & \neg B \end{array}}$$

"icke A" "icke B"

Ex.:

A = "Det regnar"

B = "Gatan blir våt"

Om det regnar blir gatan våt: $A \Longrightarrow B$

$$\Updownarrow$$

Om gatan inte är våt, regnar det inte: $\neg A \Longleftarrow \neg B$

$\boxed{1323}$ (sid 31)

Påstående: $\left.\begin{array}{l} x \text{ lösning till} \\ x^3+3x^2+7x+2=0 \end{array}\right\} \Longrightarrow x<0$

$$A \Longrightarrow B$$

Indirekt bevis: Anta att $x \geq 0$ dvs $\neg B$

Fall 1: $x=0 \Longrightarrow \underbrace{0^3+3\cdot 0^2+7\cdot 0+2=2}_{VL} \neq \underbrace{0}_{HL}$

Fall 2: $x>0$

$\Longrightarrow VL = \underbrace{x^3}_{>0} + \underbrace{3x^2}_{>0} + \underbrace{7x}_{>0} + \underbrace{2}_{>0} > 0$

$HL = 0$ — Motsägelse !

dvs $\neg A$

Princip:

1) Anta att påståendet är falskt.

2) Visa att 1) leder till en motsägelse.

Indirekt bevis = $\boxed{\text{Motsägelsebevis}}$ $\xrightarrow{\text{se ex.}}$

Påstående: Division med 0 är inte definierad.

(Det "går inte" att dividera med 0)

Bevis via motsägelse:

Anta att det går att dividera med 0:

Vi gör det!

$$a = b \quad \Big| \; / \underbrace{(a-b)}_{=0}$$

$$\frac{a}{a-b} = \frac{b}{a-b} \quad \Big| - \frac{b}{a-b}$$

$$\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 0$$

$$\frac{a-b}{a-b} = 0$$

$$1 = 0$$

Motsägelse!

$\Downarrow$

Bevisets antagande falskt!

$\Downarrow$

Påståendet sant!