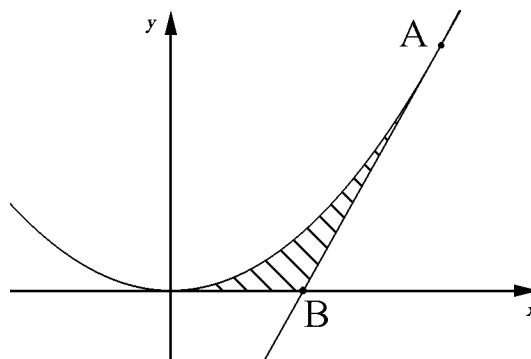
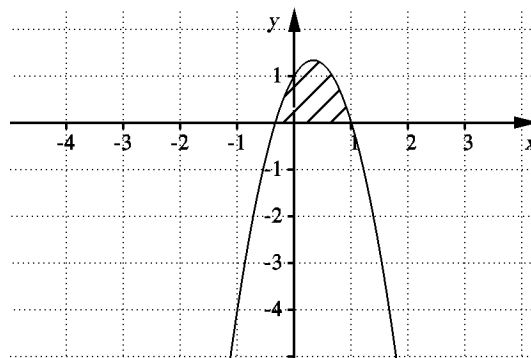


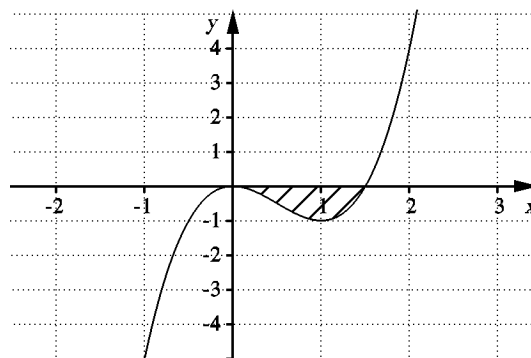
1. Linjen genom punkterna A och B (se figur) är tangent till kurvan $y = \frac{x^2}{4}$. Punkten A har x -koordinaten 4. Beräkna arean av det skuggade området.



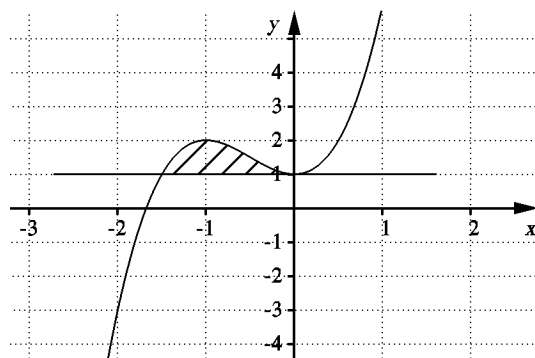
2. Kurvan $y = 1 + 2x - 3x^2$ och x -axeln begränsar enligt figuren nedan ett område. Bestäm arean av detta område. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Exakt svar krävs.



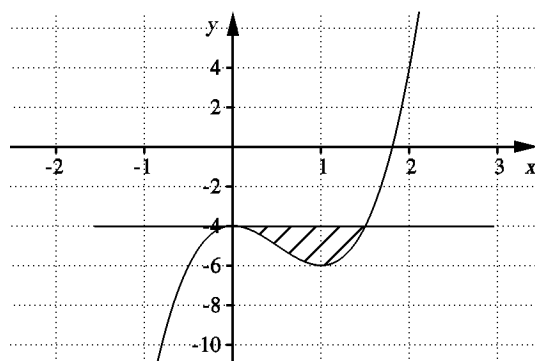
3. Kurvan $y = 2x^3 - 3x^2$ och x -axeln begränsar enligt figuren nedan ett område. Bestäm arean av detta område. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Exakt svar krävs.



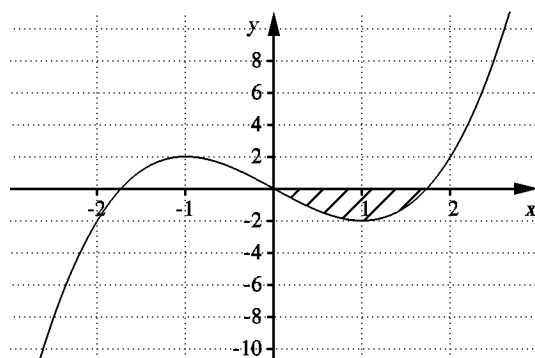
4. Kurvan $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ och linjen $y = 1$ begränsar enligt figuren nedan ett område. Bestäm arean av detta område. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.



5. Kurvan $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 5$ och linjen $y = 5$ begränsar ett ändligt område. Bestäm arean av detta område. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt.
6. Kurvan $y = 4x^3 - 6x^2 - 4$ och linjen $y = -4$ begränsar enligt figuren nedan ett område. Bestäm arean av detta område. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.



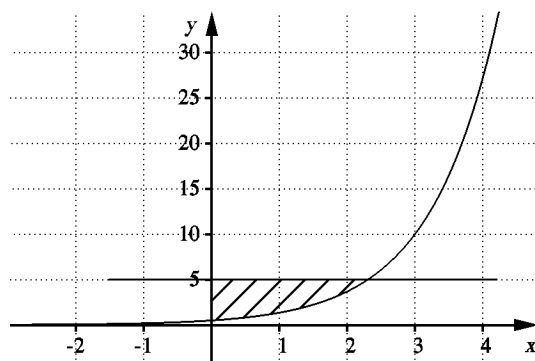
7. Kurvan $y = x^3 - 3x$ är ritad i figuren.. Bestäm arean av det markerade området. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Exakt svar krävs.



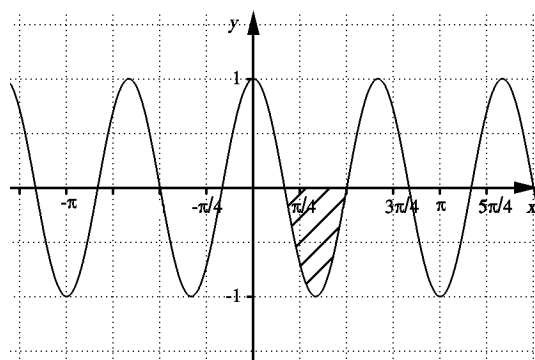
8. Bestäm arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^2 + 2x - 1$ och $y = -x^2 + 10x - 7$. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara exakt.

9. Rita i samma koordinatsystem kurvan $y = x(2 - x)$ och tangenten till kurvan i den punkt där $x = 2$. Bestäm arean av det område som begränsas av kurvan, tangenten och y -axeln. Svara exakt.
10. Rita med hjälp av derivatan grafen till funktionen $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Tangenten i den punkt vars x -koordinat är 2 avgränsar tillsammans med kurvan och y -axeln ett slutet område. Beräkna arean av detta område.
11. Rita med hjälp av derivatan grafen till funktionen $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Rita också tangenten i maximipunkten. Denna tangent och kurvan begränsar tillsammans ett ändligt område. Beräkna arean av detta område.
12. Rita i samma koordinatsystem kurvan $y = 2x - 3x^2$ och tangenten till kurvan i dess högra skärningspunkt med x -axeln. Bestäm arean av det område som begränsas av kurvan, tangenten och y -axeln. Svara exakt.
13. Bestäm arean av det område som begränsas av kurvan $y = -x^2 - 3x$, tangenten till kurvan i dess maximipunkt och y -axeln. Svara exakt.
14. Där kurvan $y = 9 - x^2$ skär x -axeln dras tangenterna till kurvan. Bestäm arean av det område som inneslutes mellan dessa tangenter och kurvan.
15. Grafen till funktionen $y = 4x - x^2$ begränsar tillsammans med x -axeln ett ändligt område. Beräkna i exakt form förhållandet mellan de delar i vilket detta område delas av den räta linjen $y = x$.
16. Rita kurvorna $y = x^3$ och $y = 2x - x^2$ i samma koordinatsystem. Kurvorna begränsar tillsammans två stycken ändliga områden. Bestäm summan av de två områdenas areor. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara exakt.
17. Kurvorna $y = \sqrt{2x+3}$ och $y = x$ begränsar tillsammans med x -axeln ett område. Bestäm ett exakt värde på områdets area.
(Nationellt prov, kurs D, vt 1997)
18. Kurvan $y = \sqrt{x}$ och linjen $y = x$ begränsar tillsammans med linjen $x = \frac{16}{9}$ två stycken ändliga områden. Visa genom exakta beräkningar att arean av dessa två områden är lika stora. Ange också arean av ett sådant område.
19. Man har kurvan $y = \sqrt{2x-1}$.
 - a) Bestäm riktningskoefficienten för kurvans tangent i den punkt där $x = 1$.
 - b) Denna tangent, kurvan och x -axeln begränsar ett ändligt område. Bestäm arean av detta område.
20. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = e^x$, y -axeln och den räta linjen $y = e$.
21. Kurvan $y = 2e^{-x}$, de båda positiva koordinataxlarna och linjen $x = a$ ($a > 0$), begränsar ett område. Bestäm konstanten a så att områdets area blir 1 ae.

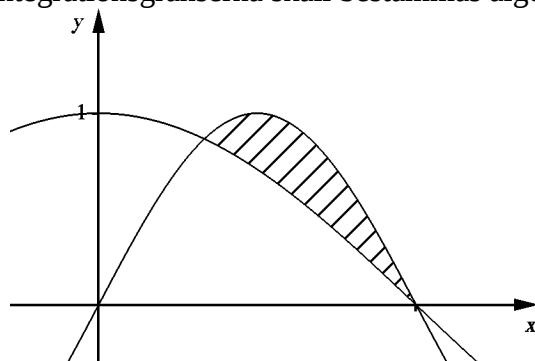
22. I figuren har man ritat kurvan $y = 0,5e^x$ och linjen $y = 5$. Beräkna arean av det streckade området. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.



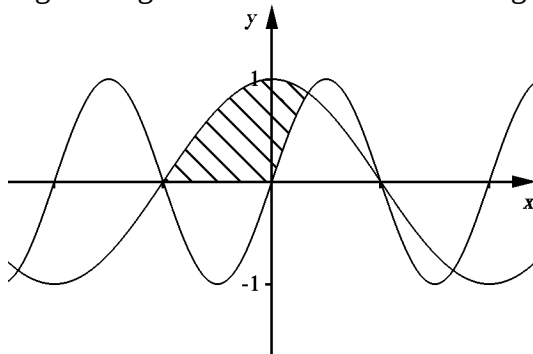
23. Bestäm arean av det område som begränsas av kurvan $y = 2e^{0,5x}$, tangenten till kurvan i den punkt vars x -koordinat är 2 samt y -axeln. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.
24. Om kurvan $y = \sin 3x$ ritas i ett koordinatsystem ser man att kurvan och x -axeln tillsammans begränsar oändligt många lika stora områden. Lös ekvationen $\sin 3x = 0$ och beräkna med hjälp härav arean av ett av dessa områden. Svara exakt.
25. I figuren har man ritat kurvan $y = \cos 3x$. Beräkna arean av det streckade området. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara exakt.



26. I figuren har man ritat kurvorna $y = \cos x$ och $y = \sin 2x$. Beräkna arean av det streckade området. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara exakt.



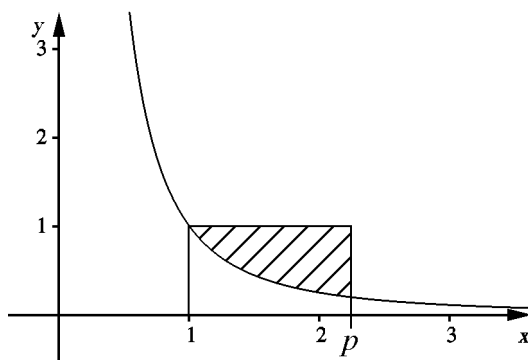
27. I figuren har man ritat kurvorna $y = \cos x$ och $y = \sin 2x$. Beräkna arean av det streckade området. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara exakt.



28. Rita kurvan $y = \cos 2x$ i intervallet $0 \leq x \leq \pi$. Beräkna arean av det område som ligger under x -axeln. Bestäm integrationsgränserna algebraiskt.
29. Rita kurvan $y = 1 - \sin 0,5x$ i intervallet $0 \leq x \leq \pi$. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan och koordinataxlarna. Svara exakt.
30. Rita kurvorna $y = 1 - \sin x$ och $y = \cos x$ i intervallet $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Beräkna arean av det område som begränsas av dessa kurvor. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.
31. Kurvan $y = \sin x$ begränsar tillsammans med x -axeln ett område då $0 \leq x \leq \pi$. Området delas av kurvan $y = \cos x$ i två delar. Beräkna arean av den större delen. Svara exakt.
32. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = \sin x$ och $y = \cos 2x$ i intervallet $0 \leq x \leq \pi$. Bestäm integrationsgränserna algebraiskt. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.
33. Kurvan $y = \sin 2x$ begränsar tillsammans med x -axeln ett område då $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. I vilket förhållande delas området av kurvan $y = \sin x$. Svara exakt.
34. Kurvan $y = \cos x$ begränsar tillsammans med koordinataxlarna ett område då $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Området delas av linjen $x = a$ i två delar med lika stora areor. Bestäm konstanten a exakt.
35. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^3$ och $y = \frac{1}{x}$ samt linjen $y = \frac{1}{8}$. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.
36. I första kvadranten innesluter kurvan $y = \frac{2}{x}$ och linjen $y = 5 - 2x$ ett område. Bestäm arean av detta område. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. Svara både exakt och med ett närmevärde med tre gällande siffror.

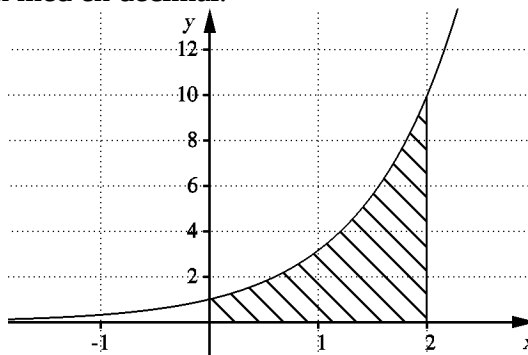
37. Rita kurvan $y = \frac{2}{x}$ i ett koordinatsystem. Tangenten till kurvan i den punkt vars x -koordinat är 2 begränsar tillsammans med kurvan, x -axeln och linjen $x = 8$ ett område. Markera området i din figur. Bestäm arean av detta område. Svara både exakt och med ett närmevärde med två decimaler.

38. I figuren har man ritat kurvan $y = \frac{1}{x^2}$, $x > 0$. Bestäm talet p så att den streckade arean blir hälften så stor som arean av rektangeln i figuren.

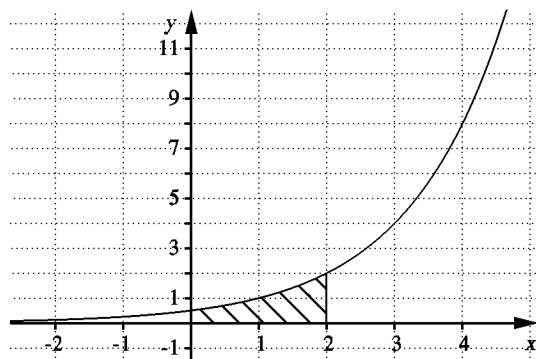


39. Ett område begränsas av kurvan $y = \sqrt{x}$ samt linjerna $y = 1$ och $x = 4$. Beräkna arean av detta område.
40. Ett ändligt område begränsas av kurvorna $y = \sqrt{x}$ och $y = x^2$. Beräkna arean av detta område. Svara exakt.
41. Tangenten till kurvan $y = \sqrt{x}$ i punkten $(4, 2)$ avgränsar tillsammans med kurvan och x -axeln ett område. Beräkna områdets area. Svara exakt.
42. Ett område begränsas av kurvan $y = \sqrt{x}$, positiva x -axeln samt linjerna $x = 1$ och $x = 4$.
- Beräkna det exakta värdet av arean av detta område. Kalla detta värde för A_1 .
 - Beräkna ett approximativt värde på arean med hjälp av trapetsmetoden (3 delintervall). Kalla det erhållna värdet för A_2 .
 - Beräkna felet $f = A_2 - A_1$ i den approximativa beräkningen. Svara med två gällande siffror.

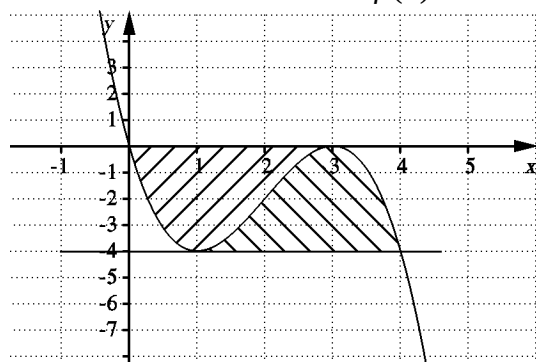
43. I figuren har man ritat kurvan $y = 10^{\frac{x}{2}}$. Beräkna arean av det streckade området. Svara både exakt och med en decimal.



44. I figuren har man ritat kurvan $y = 0,5 \cdot 2^x$. Beräkna arean av det streckade området.
Svara både exakt och med en decimal.



45. I figuren är kurvan $y = f(x)$ och linjen $y = -4$ ritade. Teckna två stycken uttryck för summan av de båda streckade områdenas areor. $f(x)$ behöver ej bestämmas.



F A C I T

1. $1\frac{1}{3}$ a.e.

2. $1\frac{5}{27}$ ae

3. $\frac{27}{32}$ ae

4. $\frac{27}{32} \approx 0,844$ ae

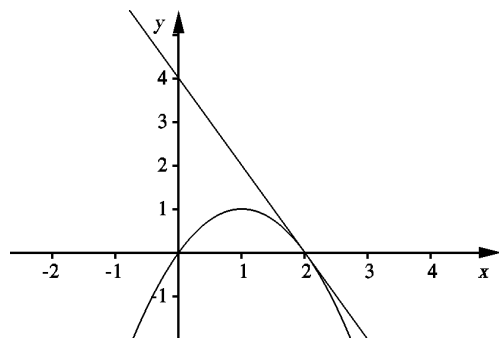
5. 6,75 ae

6. $1\frac{11}{16} \approx 1,69$ ae

7. 2,25 ae

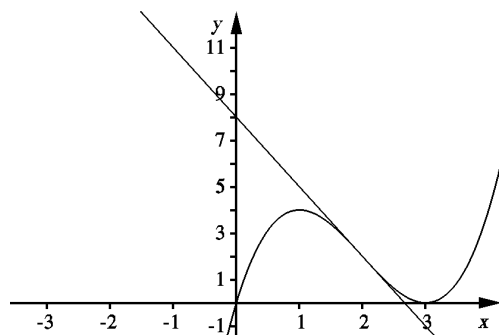
8. $2\frac{2}{3}$ ae

9.



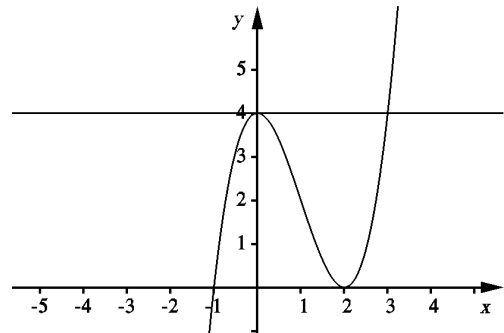
$2\frac{2}{3}$ ae

10.



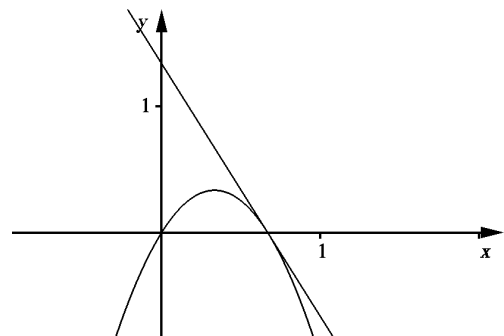
4 ae

11.



6,75 ae

12.



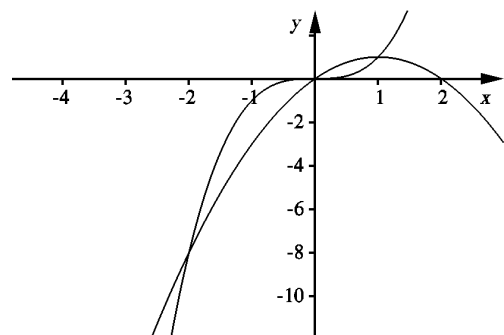
$\frac{8}{27}$ ae

13. $1\frac{1}{8}$ ae

14. 18 ae

15. $\frac{27}{37}$ eller $\frac{37}{27}$

16.



$3\frac{1}{12}$ ae

17. 4,5 ae.

18. $\frac{1}{6}$ ae.

19. a) Riktningskoefficienten är 1
b) $\frac{1}{6}$ ae.

20. 1 ae

21. $a = \ln 2$

22. $5 \ln 10 - 4,5 \approx 7,01$ ae

23. $2e - 4 \approx 1,44$ ae

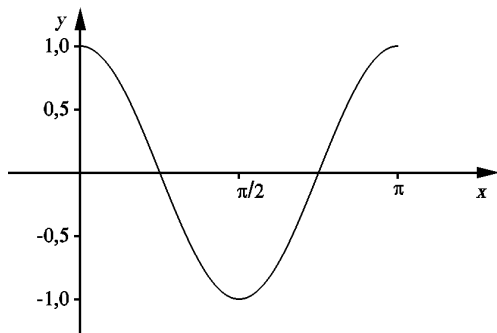
24. $\frac{2}{3}$ ae

25. $\frac{2}{3}$ ae

26. $\frac{1}{4}$ ae

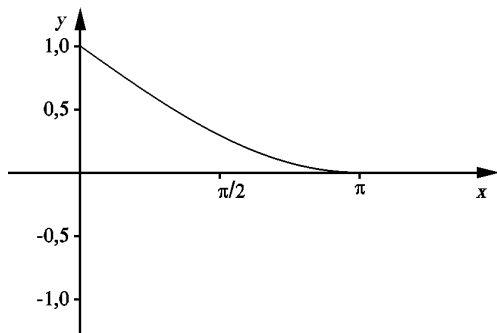
27. $1\frac{1}{4}$ ae

28.



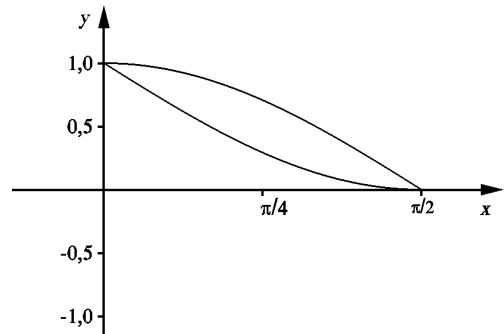
1 ae

29.



$(\pi - 2)$ ae

30.



$(2 - \frac{\pi}{2}) \approx 0,429$ ae

31. $\sqrt{2}$ ae

32. $\frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,60$ ae

33. $\frac{1}{3}$ eller 3

34. $a = \frac{\pi}{6}$

35. $\ln 8 - \frac{45}{64} \approx 1,38$ ae

36. $3,75 - 4 \ln 2 \approx 0,977$ ae

37. $4 \ln 2 - 1 \approx 1,77$ ae

38. $p = 2$

39. $1\frac{2}{3}$ ae

40. $\frac{1}{3}$ ae

41. $2\frac{2}{3}$ ae

42. a) $\frac{14}{3}$ ae

b) 4,646 ae (4,6463)

c) -0,020

43. $\frac{18}{\ln 10} \approx 7,8$ ae

44. $\frac{3}{2 \ln 2} \approx 2,2$ ae

$$45. \quad A = -\int_0^3 f(x)dx + \int_1^4 (f(x) + 4)dx \quad \text{och}$$

$$A = 16 + \int_0^1 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx$$