

Diagnosprov Matte 5

Kap 1 Talteori och bevismetoder

Blir du klar med alla diagnosprovuppgifter, kan du fortsätta med bokens Blandade övningar 1, sid 74-77.

Regler:

- Svar utan uträkningar ger inga poäng.*
- Uträkningarna ska vara läsliga, förståeliga och strukturerade.
- Det är tillåtet att använda kalkylator.
- Provtiden är 1 h 45 min.

* Gäller endast de frågor där svaret inte kan fås utan uträkning.

1. Ange de första tre talen i talföljden som definieras av rekursionsformeln:

$$a_{n+1} = a_n + 2 n^2 \quad \text{och} \quad a_1 = 5$$

2. Följande talföljd är given: $3, 7, 11, 15, \dots$

- a) Ange en rekursionsformel för talföljden.
- b) Hitta en explicit formel för det n:te talet i talföljden.

3. Beräkna summan av de 40 första talen i den aritmetiska talföljd a_n där det första talet a_1 är 80 och differensen 4.

4. Beräkna den aritmetiska summan $200 + 190 + 180 + \dots + 30$

5. Beräkna summan av de 10 första talen i den geometriska talföljd a_n där det första talet a_1 är 200 och kvoten $\frac{1}{4}$.

6. Lös följande ekvation med två decimalers noggrannhet:

$$x + 0,8 x + 0,8^2 x + \dots + 0,8^9 x = 15\,000$$

7. När lilla Yasmin fyller 12 år får hon en summa pengar insatt på sitt konto. Hon får ta ut pengarna när hon fyller 20 år, då beloppet ska ha växt till 100 000 kr. Räntesatsen antas hela tiden vara 4,8%. Hur mycket sattes in på Yasmins konto?

8. Jonas sätter in 1 000 kronor på bank vid årsskiftet 1998-99. Han sätter därefter in 1 000 kronor vid följande fyra årsskiften, alltså till och med årsskiftet 2002-03. Hur stort är kapitalet omedelbart efter den sista insättningen? Räntesatsen är hela tiden oförändrad, 5,5 % .

9. Lisa vill efter 20 insättningar ha 250 000 kr på sitt konto. Hur mycket borde hon sätta in vid slutet av varje år? Räntesatsen antas hela tiden vara 5,5%.

10. Ett annuitetslån på 200 000 kronor ska börja återbetalas två år efter det att lånet tagits. Hur stor ska varje annuitet vara om lånet ska vara återbetalt i och med den tolfte annuiteten och den fasta räntan är 9,2%? Avrunda svaret till hela kronor.

11. För att en viss medicin ska få avsedd effekt behöver en patient ha 15 mg av medicinen i kroppen. Om man ger hela denna medicinmängd på en gång finns risk för allvarliga biverkningar. Patienten får därför små doser medicin med en timmes mellanrum. Efter 10 sådana lika stora doser upphör medicineringen och patienten ska då ha 15 mg av medicinen i kroppen. Hur stora skall dessa doser vara, om man vet att medicinen börjar verka omedelbart och att 16 % av den bryts ner i kroppen per timme?

12. För att kunna betala ett krigsskadesånd på två miljarder dollar tar ett land ett lån i slutet av 1992, som innebär att lika stora inbetalningar (amortering plus ränta) ska göras vartannat år med start två år efter det att lånet tagits. Den sista inbetalningen ska göras i slutet av 2018. Hur stor blir varje inbetalning om (den årliga) räntan är 8,50%?

Lycka till!