

Facit till diagnosprov i Matte 4

Kap 2/3 Derivator & integraler

Namn: _____

Klass: _____

Regler:

- Svar utan uträkningar ger inga poäng.*
- Uträkningarna ska vara läsliga, förståeliga och strukturerade.
- Tilldelning av **delpoäng** tillämpas.
- Tillåtna hjälpmedel: Kalkylator & Formelsamling.
- Det är inte tillåtet att anteckna provfrågorna.
- Provtiden är 90 min.

* Gäller endast de frågor där det krävs uträkning.

1. Bestäm y'' då $y = e^{1-2x}$.

$$4e^{1-2x}$$

2. Beräkna $f'(1)$ då $f(x) = \frac{x^3}{2} - \ln x$.

$$0,5$$

3. Bestäm y'' då $y = \frac{x^3}{3} - \ln x$.

$$2x + \frac{1}{x^2}$$

4. Visa att $y = 2e^{5x} + 4x$ är en lösning till differentialekvationen $y' - 5y = 4 - 20x$.

Bevis

5. Värdet y kr på en aktie varierar under en dag enligt formeln $y = 105 + 5 \cos 0,79x$, där x är antalet timmar från kl. 9 och formeln gäller för $0 \leq x \leq 8$.

a) Bestäm $y'(x)$.

b) Beräkna $y'(5,5)$.

c) Tolka vad $y'(5,5)$ betyder för aktiens värde.

$$a) y' = -3,95 \sin 0,79x$$

$$b) y'(5,5) = 3,7$$

c) Vid tidpunkten 5,5 timmar, dvs. kl. 14.30 stiger aktiens värde med hastigheten 3,7 kr/h

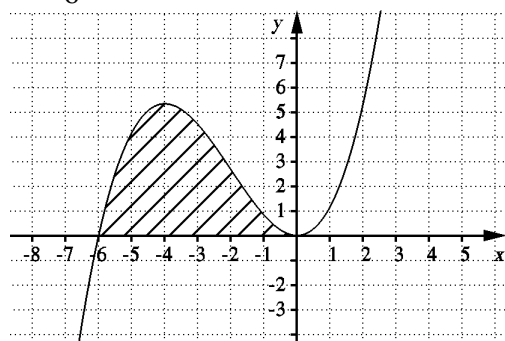
6. Bestäm samtliga primitiva funktioner $F(x)$ till $f(x) = 6x^5 + 5x^4 + 4x$.

$$F(x) = x^6 + x^5 + 2x^2 + C$$

7. Bestäm den primitiva funktion $y = G(r)$ till funktionen $g(r) = \pi r^2 + \pi r$ för vilken $G(1) = \pi$.

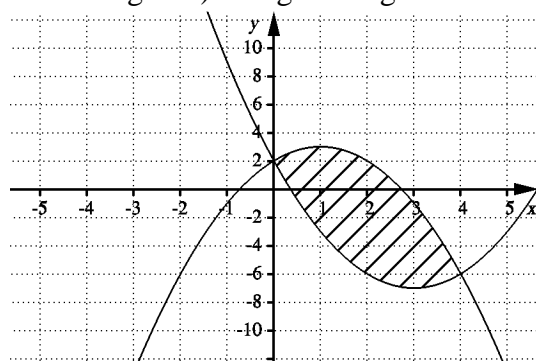
$$G(r) = \frac{\pi r^3}{3} + \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi}{6}$$

8. I figuren är kurvan $y = \frac{x^3}{6} + x^2$ ritad. Beräkna arean av det streckade området.



18

9. Beräkna exakt arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^2 - 6x + 2$ och $y = -x^2 + 2x + 2$ (streckat i figuren). Integrationsgränserna får tas direkt ur figuren.



$21\frac{1}{3}$

10. I formelsamlingen hittar du formeln $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.
 Bilda funktionerna $f(x) = \sin 2x$ och $g(x) = 2 \sin x \cos x$. Derivera funktionerna i den form de står skrivna. Visa slutligen att $g'(x)$ kan skrivas om så att $g'(x) = f'(x)$.

$$f'(x) = g'(x) = 2 \cos 2x$$
