

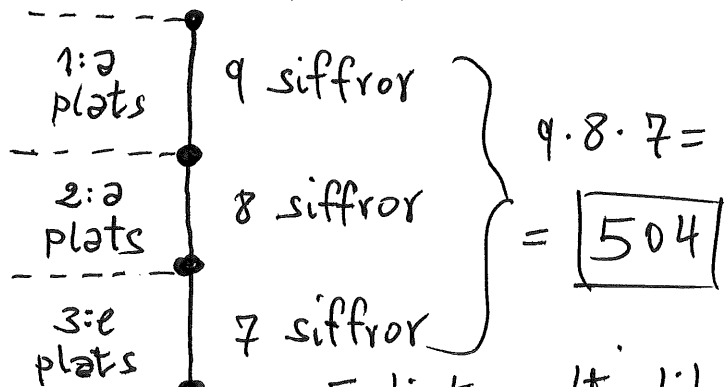
1a) Det finns 2 olika färger (lådor). Om vi tar $2 + 1 = 3$ äpplen (föremål), måste enligt lådprincipen (sid 8) minst 2 ha samma färg.

Lådor: 2 färger \Rightarrow Minst 1 färg (låda)
 Föremål: 3 äpplen \Rightarrow tilldelas 2 eller 3 äpplen.
 (föremål)
 \rightarrow Svar: $\boxed{3}$

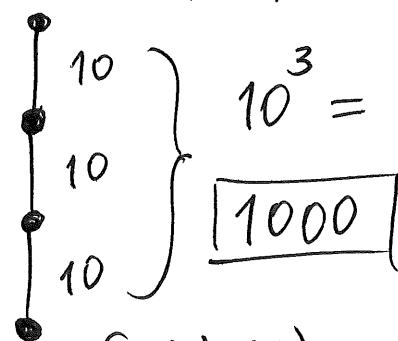
b) Det maximala antalet äpplen av samma färg är 7. Om vi tar $7 + 1 = 8$ äpplen, måste minst 2 äpplen ha olika färger. \rightarrow Svar: $\boxed{8}$

2a) $\boxed{2} \boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{\quad}$ Fyra siffror
 3 platser för 10 siffror 0, 1, 2, 3, ..., 9

Utän upprepning:



2b) Med upprepning:



Enligt multiplikationsprincipen (sid 11)

$$3) \quad a) \quad 4! \cdot 2! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 = 24 \cdot 2 = \boxed{48}$$

b) $P(5, 2) =$ Antalet permutationer av 2 olika element valda bland 5 givna

$$= 5 \cdot 4 = \frac{5!}{3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \boxed{20}$$

Ex.: Ett ordnat urval av 2 låtar utan upprepning (= permutation, sid 15/16) bland 5 låtar kan göras på $P(5, 2) = 20$ olika sätt.

c) $C(5, 2) =$ Antalet kombinationer av 2 olika element valda bland 5 givna, utan hänsyn till ordningen.

$$= \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 5}{2} = \boxed{10}$$

$$= \frac{P(5, 2)}{2!} = \frac{20}{2} = \boxed{10}$$

Ex.: Ett urval av 2 fotografier, bortsett från ordningen, utan upprepning bland 5 fotografier

(= kombination, sid 19, = delmängd) kan göras på $C(5, 2) = 10$ olika sätt (uppg. 1133...).

ordnat urval ←

$$d) \quad \binom{101}{99} = \{\text{Symmetri, sid 20}\} = \binom{101}{101-99} = \binom{101}{2} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 101}{2! \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 99!} = \frac{100 \cdot 101}{1 \cdot 2} = \frac{10 \cdot 100}{2} = \boxed{5050}$$

$$\binom{101}{2} = \frac{101 \cdot 100}{1 \cdot 2} \leftarrow \begin{array}{l} 2 \text{ faktorer i både} \\ \text{täljare} \\ + \\ \text{nämne} \end{array} \text{ (sid 20).}$$

4) 3 vinster kan fördelas till 8 anställda på
 a) $\binom{8}{3}$ sätt, om alla vinster är likadana:

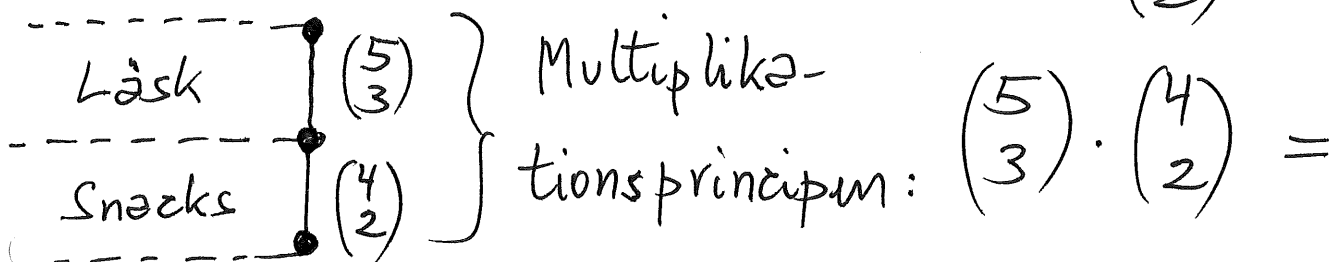
$$\binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 8 \cdot 7 = \boxed{56}$$

b) Om det finns 3 olika vinster, blir det 3!
 gånger så många sätt som i a):

$$3! \cdot 56 = 6 \cdot 56 = \boxed{336}$$

5) Bland 5 läsksorter kan 3 väljas på $\binom{5}{3}$ sätt.

„ 4 snäcksorter „ 2 „ „ $\binom{4}{2}$ sätt.



$$= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = \boxed{60}$$

6)

			1					
			1	1				
		1	2	1				
	1	3	3	1				
1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1		

$$\begin{aligned} a) (1+a)^6 &= 1 \cdot a^0 + 6 \cdot 1 \cdot a^1 + \\ &15 \cdot 1^2 \cdot a^2 + 20 \cdot 1^3 \cdot a^3 + 15 \cdot 1^4 \cdot a^4 + \\ &6 \cdot 1^5 \cdot a^5 + 1^6 \cdot a^6 = \\ &= \boxed{1 + 6a + 15a^2 + 20a^3 + \\ &15a^4 + 6a^5 + a^6} \end{aligned}$$

$$6)b) (2x-y)^5 = 2^5 x^5 y^0 - 5 \cdot 2^4 x^4 y^1 + 10 \cdot 2^3 x^3 y^2 - \\ - 10 \cdot 2^2 x^2 y^3 + 5 \cdot 2 x y^4 - y^5 =$$

$$= 32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + \\ + 10xy^4 - y^5$$

7)a) 7 är både primtal och < 10 . \Rightarrow Sant

b) $\{1, 2, 3\}$ har fler element än $\{1, 2\}$ \Rightarrow Falskt

c) En mängd av n element, har 2^n delmängder. (sid 36)

$\{4, 6\}$ har $2^2 = 4$ delmängder.

Ekvationen $x^2 + 9 = 0$ har } Sant } Sant
d) inga reella lösningar } \Rightarrow Sant } Sant

8)a) $A \cap B = \{4\}$

b) $B \cup C = \{4, 5, 6, 7\}$

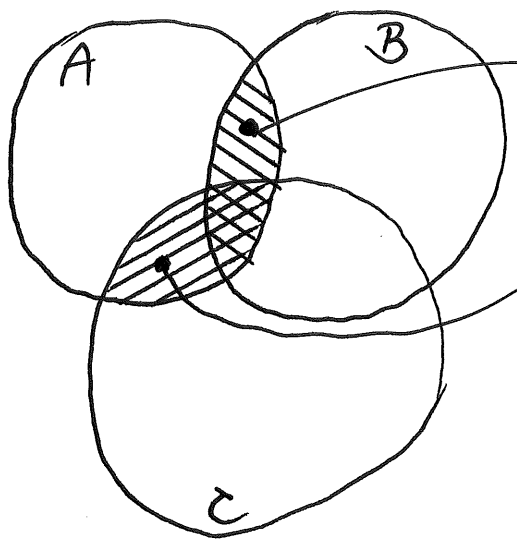
c) $C(B \setminus C) = C\{4\} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$C(B \setminus C) = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\} \setminus C = \{1, 2, 3, 8, 9\}$

d) $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{5, 6, 7\} = \{5, 6\}$

OBS!
Olika

9)



Alternativ 1:
 $(A \cap B)$
 $(A \cap C)$
 $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

Mängd "distributivlag"

Alternativ 2:

$$A \cap (B \cup C)$$

$$\left[A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \right]$$

Analogi:

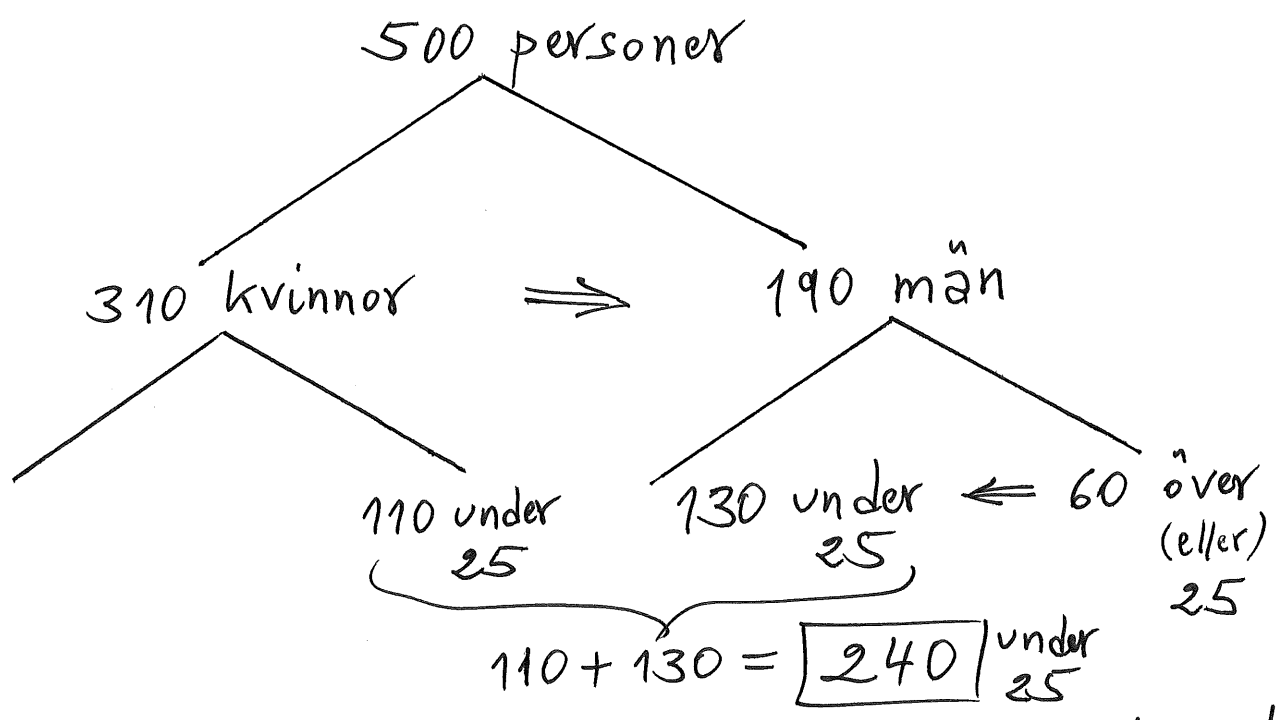
Tal	+	·
Mängd	\cup	\cap

Alternativ 3:

$$A \setminus (A \setminus (B \cup C))$$

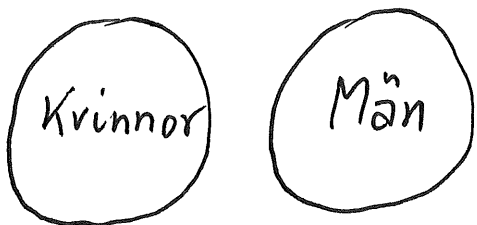
Fel i facit: OBS!

10) a)



b) "Disjunkt" betyder: {Inget gemensamt element.

{Mängdernas snitt är tomt.



Män kan inte vara och kvinnor!