

12.1 Operationer med mängder kan illustreras grafiskt. Hur man gör det kan du läsa i avsnitt 12.3 *Mängdlära och databaser* på sid 321. Diagrammen du ser där kallas för *Venndiagram* efter den brittiske logikern John Venn (1834-1923).

Med Venndiagram kan man illustrera även logiska lagar när de är skrivna i mängdnotation, där en *mängd* motsvarar en *utsaga*.

Två kända logiska lagar, s.k. *De Morgans lagar*, kan formuleras så här:

$$\neg (p \text{ OCH } q) \leftrightarrow \neg p \text{ ELLER } \neg q$$

$$\neg (p \text{ ELLER } q) \leftrightarrow \neg p \text{ OCH } \neg q$$

där p och q är utsagor, \neg är symbolen för logisk negation och \leftrightarrow symbolen för logisk ekvivalens. Så här kan man skriva om dem till samband mellan mängder:

Anta att A och B är mängder och \complement är symbolen för komplementmängden, \cap för snittet och \cup för unionen av två mängder (se definitionerna i avsnitt 2.5 *Mängdlära och logik* på sid 321. Då kan De Morgans lagar skrivas i mängdnotation så här:

$$\complement (A \cap B) = (\complement A) \cup (\complement B)$$

$$\complement (A \cup B) = (\complement A) \cap (\complement B)$$

Illustrera De Morgans lagar i mängdnotation med Venndiagram.

Venn diagram

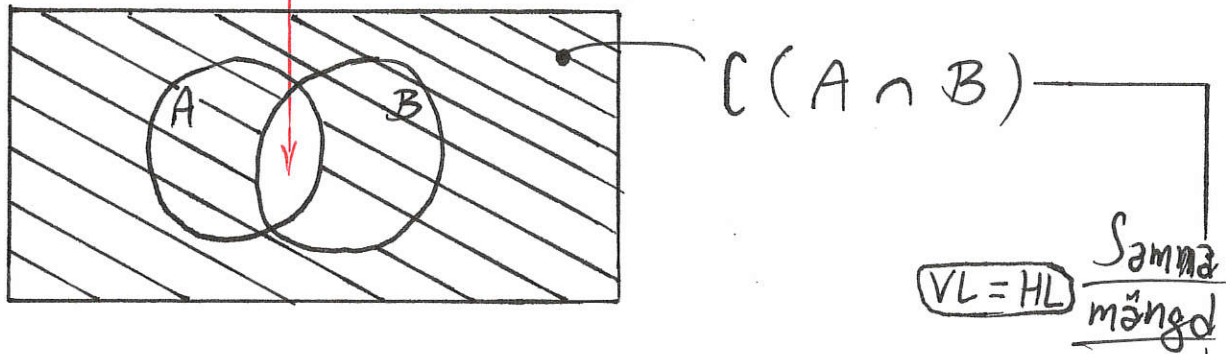
John
Venn
(1834 - 1923)

Visa med Venn diagram:

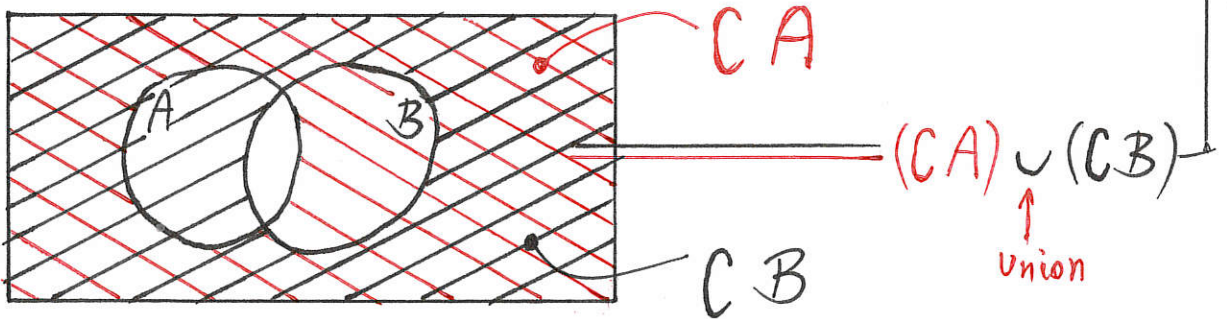
① $\overline{(A \cap B)} = (\overline{A}) \cup (\overline{B})$

Komplement Schnitt Union

VL:



HL:

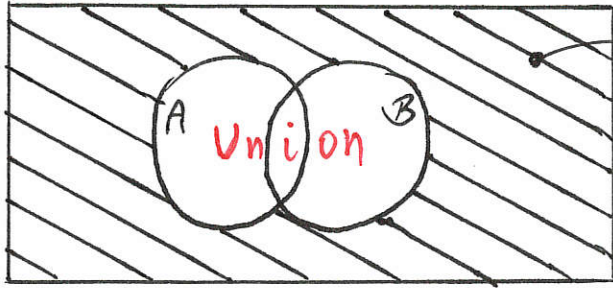


②

$\overline{(A \cup B)} = (\overline{A}) \cap (\overline{B})$

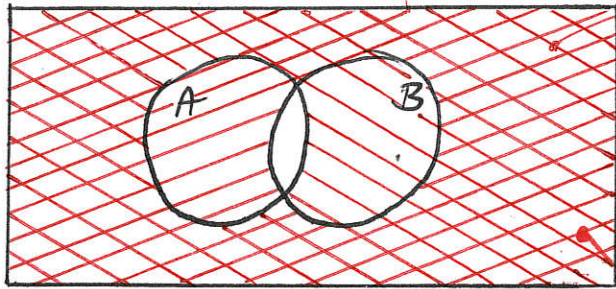
Komplement Union Schnitt

VL:



$C(A \cup B)$

HL:



CA

CB

$VL=HL$

Samma
mängd

~~$(CA) \cap (CB)$~~
 $(CA) \cap (CB)$
 ↑
 snitt

① och ②:s logiska motsvarigheter kallas för De Morgans lagar:

Augustus
De Morgan
(1806-1871)

① $\text{Icke } (P \text{ och } Q) \iff \text{Icke } P \text{ eller Icke } Q$

② $\text{Icke } (P \text{ eller } Q) \iff \text{Icke } P \text{ och Icke } Q$

Medan A och B är mängder, är P och Q utsagor eller påståenden.

Ex.:

"Svart kaffe" = {

- $\text{Icke } P$ och $\text{Icke } Q$
- utan socker och utan mjölk
- samma sak som:
- Varken med socker eller med mjölk
- $\text{Icke } (P \text{ eller } Q)$

De Morgan
②